Komprimierung

Ingo Blechschmidt,
Michael Hartmann

6. Dezember 2006

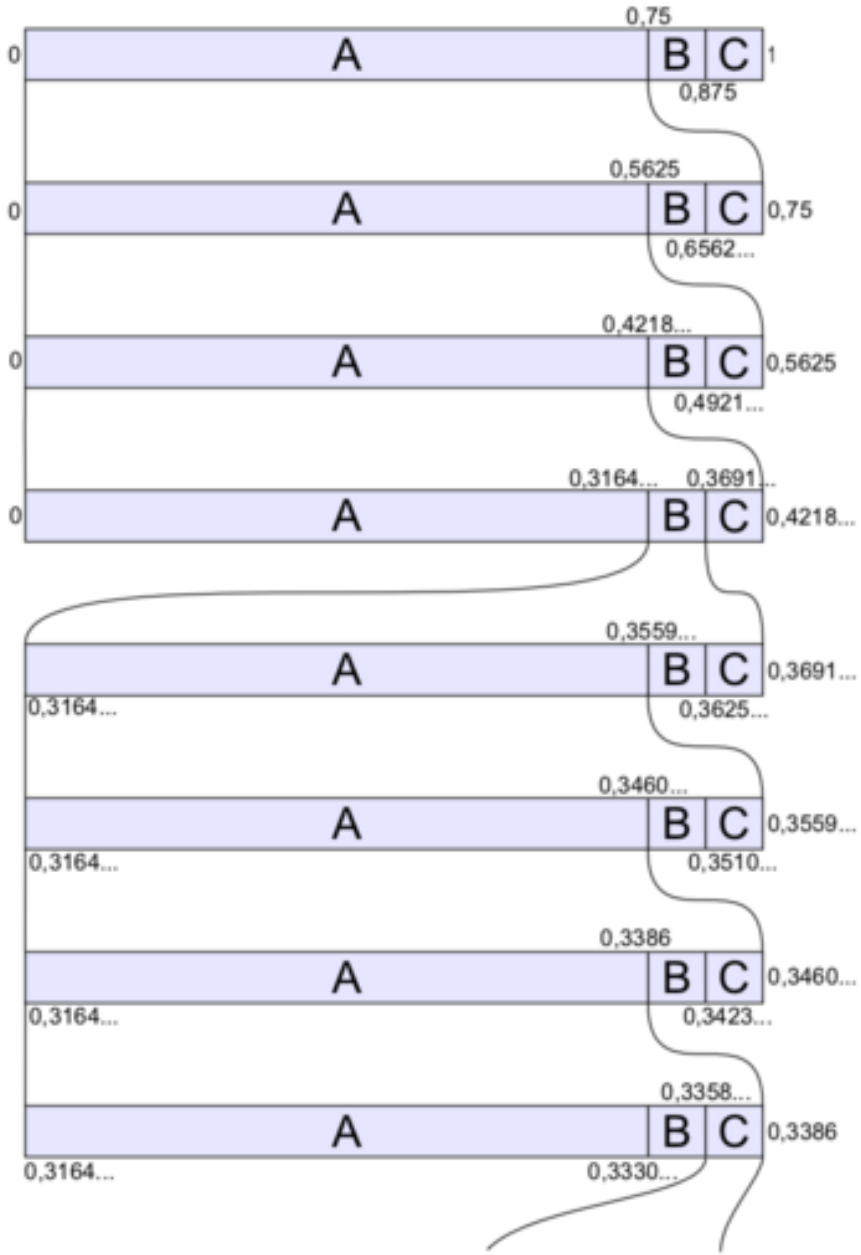
Inhalt

Lauflängenkodierung (RLE)

- Idee: Ersetzung von sich direkt wiederholenden Zeichen durch eine Anweisung
- Beispiel:
  aaabbccccccde →
  3 a, bb, 6 c, de
- Sehr leicht umsetzbar
- Effizient nur in Spezialfällen, beispspielsweise großen einfarbigen Bereichen in Bildern

Arithmetische Kodierung

1. Unterteilung eines Einheitsintervalls entsprechend den relativen Häufigkeiten der Zeichen des Texts
2. Weitere Unterteilung bis alle Zeichen genutzt
3. Kodierung einer beliebigen Zahl des schärfsten Intervalls


0,75
0
A
B
C
1
0,875
0,5625
0
A
B
C
0,75
0,6562...
0,4218...
0
A
B
C
0,5625
0,4921...
0,3164...
0,3691...
0
A
B
C
0,4218...
0,3559...
A
B
C
0,3691...
0,3164...
0,3625...
0,3460...
A
B
C
0,3559...
0,3164...
0,3510...
0,3386
A
B
C
0,3460...
0,3164...
0,3423...
0,3358...
A
B
C
0,3386
0,3164...
0,3330...

Shannon–Fano-Kodierung

Shannon–Fano-Kodierung

Entropiekodierung („Kompressionsverfahren“)

- Darstellung *häufiger* Zeichen durch *kurze* Bitfolgen;
  Darstellung *seltener* Zeichen durch *lange* Bitfolgen
- Eindeutigkeit der Bitfolgen („Präfixfreiheit“)

Problembeispiel: $A \mapsto 10 \quad B \mapsto 01 \quad C \mapsto 0$

$$\left.\begin{array}{l} ABC \mapsto 10010 \\ ACA \mapsto 10010 \end{array}\right\} \text{nicht eindeutig}$$

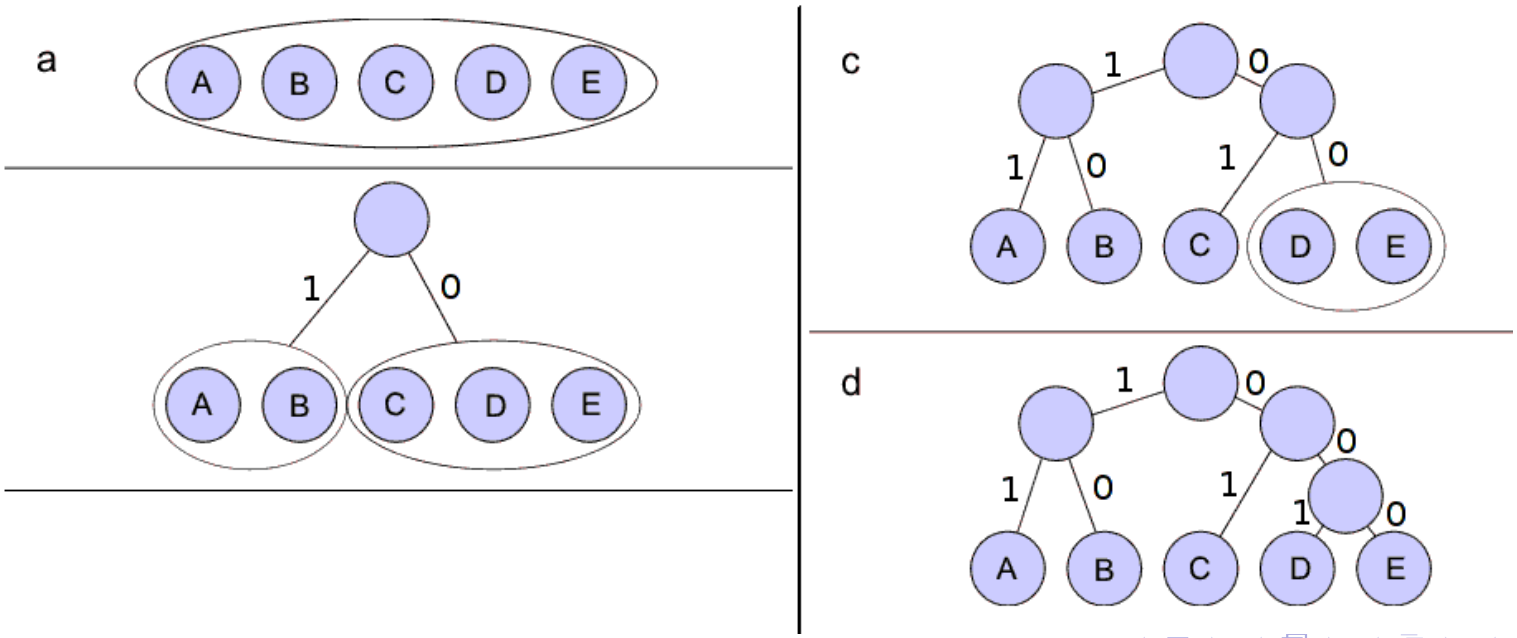
Algorithmus

1. Sortierung der Zeichen nach rel. Häufigkeit
2. Einteilung der Zeichen in zwei Gruppen, sodass Summen der Häufigkeiten etwa gleich
3. So lange fortfahren, bis Entsprechung jedes Zeichens durch einen Pfad im Baum

Beispiel

Text (39 Zeichen):
ABADDCCAABABEDAECBDDDAAAABAAAABBCAECECE

Zeichen	A	B	C	D	E
Abs. Häufigkeit	15	7	6	6	5



Beispiel

- Original
  (117 bit; Entropie $\approx$ 0,82 bit):
  00000100001101101001000000000
  10000011000110001000100010110
  11011000000000000001000000000
  00000100101000010001010010100

Zeichen	A	B	C	D	E
Abs. Häufigkeit	15	7	6	6	5
Benötigte Bits	3	3	3	3	3

Bit	0	1
Abs. Häufigkeit	87	30

$A \mapsto 000$
$B \mapsto 001$
$C \mapsto 010$
$D \mapsto 011$
$E \mapsto 100$

- Komprimiert
  (89 bit; Entropie $\approx$ 0,99261 bit (!)):
  11101100100101011111 10
  11100000011100001100 01
  00100111111111101111 11
  11101001110000100001000

Zeichen	A	B	C	D	E
Abs. Häufigkeit	15	7	6	6	5
Benötigte Bits	2	2	2	3	3

Bit	0	1
Abs. Häufigkeit	40	49

$A \mapsto 11$
$B \mapsto 10$
$C \mapsto 01$
$D \mapsto 001$
$E \mapsto 000$

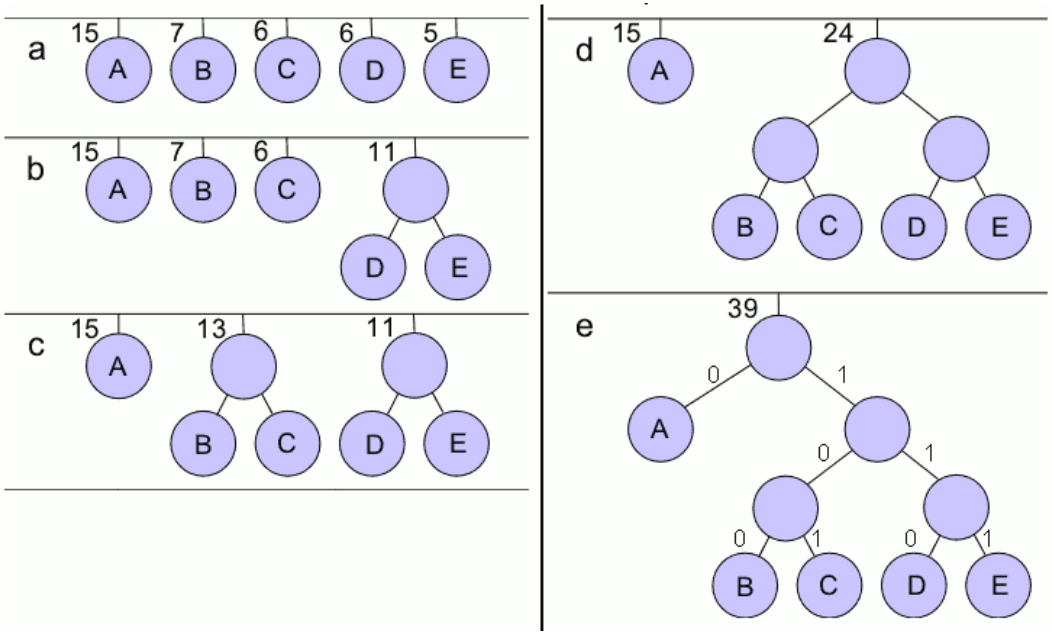
Huffman-Kodierung: Algorithmus

1. Wald erstellen mit allen vorkommenden Zeichen
2. Neuen Baum erstellen; die beiden Bäume mit geringster Häufigkeit als Blätter nutzen
3. So lange fortfahren, bis nur noch ein Baum vorhanden

Beispiel

Text (39 Zeichen):
ABADDCCAABABEDAECBDDDAAAABAAAABBCAECECE

Zeichen	A	B	C	D	E
Abs. Häufigkeit	15	7	6	6	5



Beispiel

- Original
  (117 bit; Entropie $\approx$ 0,82 bit):
  00000100001101101001000000000
  10000011000110001000100010110
  11011000000000000001000000000
  00000100101000010001010010100

Zeichen	A	B	C	D	E
Abs. Häufigkeit	15	7	6	6	5
Benötigte Bits	3	3	3	3	3

Bit	0	1
Abs. Häufigkeit	87	30

$A \mapsto 000$
$B \mapsto 001$
$C \mapsto 010$
$D \mapsto 011$
$E \mapsto 100$

- Komprimiert
  (87 bit; Entropie $\approx$ 0,99762 bit (!!!)):
  01000110110101101001 00
  01001111100111101100 11
  01101100000100000010 01
  00101011110111110111 1

Zeichen	A	B	C	D	E
Abs. Häufigkeit	15	7	6	6	5
Benötigte Bits	1	3	3	3	3

Bit	0	1
Abs. Häufigkeit	41	46

$A \mapsto 0$
$B \mapsto 100$
$C \mapsto 101$
$D \mapsto 110$
$E \mapsto 111$

Verwendung

Verwendung von Deflate (LZ77 kombiniert mit Huffman-Kodierung):

- zip
- gzip
- png
- tiff
- pdf
- cab

Grenzen der Komprimierbarkeit

- Entropie als untere Schranke der Komprimierbarkeit
- Beweis der Nichtexistenz eines Perfekten Verfahrens™:
  - *Annahme:* Existenz eines Verfahrens, dass jeden beliebigen Text um ein Bit verkürzt
  - *Dann:* Rekursive Anwendung denkbar
  - *Schluss:* Komprimierung jedes beliebigen Texts auf ein Bit
  - *Aber:* $256 < \infty$!

Fragen?

Bildquellen

- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/d/db/ShannonCodeAlg.png
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/d/d8/HuffmanCodeAlg.png
- http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/5/56/ArithmetischesCodierenBeispiel.png